1　総和の公式集

※何の断りも無ければ、m,n は自然数とします。

1.m 次式の総和

$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)\cdots(k+m-1) = \frac{n(n+1)(n+2)\cdots(n+m)}{m+1}$$

または、

$$\sum_{k=1}^{n} {}_{k+m-1}\mathrm{P}_m = \frac{{}_{n+m}\mathrm{P}_{m+1}}{m+1}$$

2.m 重のシグマ

$$\sum_{a_1=1}^{n}\sum_{a_2=1}^{a_1}\sum_{a_3=1}^{a_2}\cdots\sum_{a_m=1}^{a_{m-1}} 1 = \frac{n(n+1)(n+2)\cdots(n+m-1)}{m!} = {}_{n+m-1}\mathrm{C}_m = {}_n\mathrm{H}_m$$

3. 数列の積の総和

$$\sum_{k=1}^{n} a_k b_k = a_n \sum_{k=1}^{n} b_k - \sum_{k=1}^{n}\left\{(a_k - a_{k-1})\sum_{l=1}^{k-1} b_l\right\}$$

4. 二項定理

$$\sum_{k=0}^{n} {}_n\mathrm{C}_k x^k = (x+1)^n$$

5. 組合せの総和

$$\sum_{k=0}^{n} {}_n\mathrm{C}_k = 2^n$$

6. 重複組合せの総和

$$\sum_{k=0}^{n} {}_{m}\mathrm{H}_{k} = {}_{m+1}\mathrm{H}_{n} = \sum_{k=0}^{n} {}_{k+1}\mathrm{H}_{m-1} = {}_{n+1}\mathrm{H}_{m}$$

7. 順列の総和

$$\sum_{k=0}^{n} {}_{n}\mathrm{P}_{k} = [\, n!\mathrm{e}\,]$$

その他の公式

8.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{m}{k(k+m)} = \sum_{l=1}^{m} \frac{n}{l(l+n)}$$

9.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{m}{k(k+1)(k+2)\cdots(k+m)} = \frac{1}{m!} - \frac{1}{(n+1)(n+2)\cdots(n+m)}$$

10-1.

$$\sum_{k=1}^{n} kx^k = \frac{x^{n+1}}{(x-1)} - \frac{x^{n+1}}{(x-1)^2} + \frac{x}{(x-1)^2}$$

10-2.

$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1)x^k = \frac{n(n+1)x^{n+1}}{(x-1)} - \frac{2nx^{n+1}}{(x-1)^2} + \frac{2x^{n+1}}{(x-1)^3} - \frac{2x}{(x-1)^3}$$

10-m.

$$\sum_{k=1}^{n} {}_{k+m-1}\mathrm{P}_{m} x^k = (-1)^{m+1} \cdot \frac{m!x}{(x-1)^{m+1}} + \sum_{l=0}^{m} (-1)^l \cdot \frac{{}_{m}\mathrm{P}_{l} \cdot {}_{n+(m-l)-1}\mathrm{P}_{(m-l)} x^{n+1}}{(x-1)^{l+1}}$$

11.

$$\sum_{k=1}^{n} k!k = (n+1)! - 1$$

12.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{(k+1)!} = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$$

13.

$$\sum_{k=1}^{n} (m-k)_m\mathrm{P}_{k-1} = 1 - {}_m\mathrm{P}_n$$

14.

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{{}_n\mathrm{C}_k}{{}_m\mathrm{P}_{k+1}} = \frac{1}{m-n}$$

2 各公式の解説

3 各公式の証明

4 例題

作成中...